

## RELAZIONE SULLA ATTIVITA' SCIENTIFICA

DI MARIA RITA CASALI

(aa.aa. 2015/2016, 2016/2017, 2017/2018)

**Posizione:** *Professore Ordinario*  
*s.s.d. MAT/03 – GEOMETRIA*  
*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche*  
*Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia*

L'attività di ricerca di MARIA RITA CASALI è rivolta principalmente a temi attuali di Topologia Algebrica e Geometrica, ed in particolare allo studio, alla caratterizzazione e alla classificazione delle varietà lineari a tratti (o PL), utilizzando diverse tecniche di rappresentazione combinatoria (diagrammi di Heegaard, rivestimenti ramificati, nodi e link numerati, grafi colorati sugli spigoli) e facendo uso anche di opportuni strumenti di calcolo automatico, che consentano la manipolazione, la codificazione e l'eventuale riconoscimento degli enti geometrici rappresentati. Nell'ultimo periodo l'attenzione si è focalizzata anche sulle relazioni tra la teoria delle cristallizzazioni, per rappresentare tutte le varietà compatte tramite grafi regolari colorati sugli spigoli, e la teoria dei Colored Tensor Models, utilizzata in fisica teorica come approccio allo studio della Quantum Gravity in dimensione arbitraria.

In particolare, durante il triennio in esame, sono stati affrontati i seguenti argomenti, ottenendo risultati che sono oggetto di n. 8 lavori, pubblicati su riviste nazionali e internazionali del settore (di cui segue l'elenco completo):

- Confronto tra complessità di Matveev, GM-complexity e gem-complexity per gli spazi lenticolari. Dimostrazione della esistenza di classi infinite di spazi lenticolari per cui complessità di Matveev e GM-complexity coincidono.
- Analisi di cataloghi di triangolazioni contratte di 4-varietà e classificazione di tutte le 4-varietà PL di gem-complexità minore di 9; dimostrazione della non esistenza di strutture esotiche su 4-varietà PL fino a gem-complexity 8.
- Inizio della analisi del catalogo di triangolazioni contratte di 4-varietà PL aventi gem-complexità 9; dimostrazione che esse sono tutte semplicemente connesse con secondo numero di Betti uguale a tre.
- Caratterizzazione delle 4-varietà PL che ammettono triangolazioni contratte "semplici"; dimostrazione della additività di gem-complexity e genere regolare per queste varietà;

dimostrazione della esistenza di decomposizioni in manici "semplici" (ovvero prive di 1- e 3-manici) per queste varietà; generazione di tutte le triangolazioni contratte semplici di 4-varietà PL di gem-complexity minore di 9.

- Ricerca di lower bounds per gem-complexità e genere regolare di 4-varietà PL non semplicemente connesse; caratterizzazione delle 4-varietà "semi-semplici", che minimizzano sia la gem-complexità che il genere regolare.
- Studio delle relazioni tra invarianti PL di varietà definiti tramite grafi colorati (in particolare: gem-complexità e genere regolare) e il "G-degree" definito su grafi colorati all'interno della teoria relativa a "random tensors" e "quantum gravity": risultati in dimensione generica  $d$  e risultati particolari per  $d=3$  e  $d=4$ .
- Proprietà del G-degree per grafi rappresentanti varietà singolari; classificazione delle 3-pseudovarietà orientabili rappresentate dai grafi 4-colorati di G-degree minore o uguale a sei.
- Studio delle proprietà combinatorie del G-degree, con dimostrazione del fatto che, in dimensione  $d$  con  $d$  pari e maggiore o uguale a quattro, il G-degree di ogni grafo bipartito, e di ogni grafo (bipartito o non bipartito) rappresentante una varietà singolare, è un intero multiplo di  $(d-1)!$ . In particolare, in dimensione  $d=4$ , dimostrazione che il G-degree dipende solo dai generi regolari rispetto ad una coppia di permutazioni "associate".

Agli otto lavori di ricerca scientifica, pubblicati su riviste specializzate internazionali, si è affiancata durante il triennio la realizzazione di una nuova edizione di un testo didattico universitario di GEOMETRIA, ora corredato da una piattaforma on-line con contenuti aggiuntivi, tra cui alcuni test di autovalutazione, con soluzioni commentate.

#### ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI DEL TRIENNIO

1. M.R. Casali - P. Cristofori, *A note about complexity of lens spaces*, Forum Mathematicum **27**(6) (2015), 3173-3188. [DOI: [10.1515/forum-2013-0185](https://doi.org/10.1515/forum-2013-0185)] [ISSN: 0933-7741]
2. M.R. Casali - P. Cristofori, *Cataloguing PL 4-manifolds by gem-complexity*, The Electronic Journal of Combinatorics **22** (4) (2015), #P4.25. Pubblicato online: 13 Novembre 2015. [arXiv:1408.0378] [ISSN: 1077-8926]
3. M.R. Casali – P. Cristofori – C. Gagliardi, *Classifying PL 4-manifolds via crystallizations: results and open problems*, in: "A Mathematical Tribute to Professor José María Montesinos Amilibia", Universidad Complutense Madrid (2016). [ISBN: 978-84-608-1684-3]

4. M.R. Casali – P. Cristofori – C. Gagliardi, *PL 4-manifolds admitting simple crystallizations: framed links and regular genus*, Journal of Knot Theory and its Ramifications, **25** (1) (2016), 1650005 [14 pages]. [DOI: 10.1142/S021821651650005X] [ISSN: 0218-2165]
5. M.R. Casali – L. Grasselli – C. Gagliardi, *Geometria*, Esculapio ed. (Bologna), 2016. [TERZA EDIZIONE]. [ISBN: 9788874889761] [DOI: 10.15651/978-88-7488378-3]
6. B. Basak - M.R. Casali, *Lower bounds for regular genus and gem-complexity of PL 4-manifolds*, Forum Mathematicum **29** (4), 761-773 (2017). [DOI: 10.1515/forum-2015-0080] [ISSN (online): 1435-5337; ISSN: 0933-7741]
7. M.R. Casali – P. Cristofori – L. Grasselli, *G-degree for singular manifolds*, RACSAM **112**(3) (2018), 693-704. [DOI: 10.1007/s13398-017-0456-x] [ISSN: 1578-7303] [arXiv:1706.07267]
8. M.R. Casali – P. Cristofori – S. Dartois, L. Grasselli, *Topology in colored tensor models via crystallization theory*, J. Geom. Phys. **129** (2018), 142-167. [<https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2018.01.001>] [arXiv: 1704.02800]
9. M.R. Casali – L. Grasselli, *Combinatorial properties of the G-degree*, Revista Matemática Complutense, in pubbl. Pubblicato online: 28 Settembre 2018 [DOI: 10.1007/s13163-018-0279-0] [arXiv: 1707.09031]

### COMUNICAZIONI SCIENTIFICHE DEL TRIENNIO

- Maria Rita Casali è stata (insieme a Vincent Rivasseau) tra gli organizzatori del Workshop congiunto italo-francese "COLORED GRAPHS AND RANDOM TENSORS", Laboratoire de Physique Theorique d'Orsay, CNRS e Univ. Paris Sud, dal 14 al 15 gennaio 2016. All'interno di tale Workshop ha presentato – su invito – due conferenze di 50' sui fondamenti e gli sviluppi della teoria delle cristallizzazioni: "*COLOURED GRAPHS REPRESENTING PL N-MANIFOLDS: MOVES AND CODE*" e "*CRYSTALLIZATIONS OF PL 4-MANIFOLDS*".
- Ha partecipato al 101-esimo "Encounter between Mathematicians and Theoretical Physicists", con tema "*Geometry, topology of manifolds, and physics*", tenutosi dal 7 al 9 giugno 2018 presso l'Institut de Recherche Mathématique Avancée (University of Strasbourg). Durante tale incontro ha presentato – insieme a Paola Cristofori e Luigi Grasselli – un poster dal titolo "*TOPOLOGY IN COLORED TENSOR MODELS*".
- Ha partecipato, su invito, al Joint Meeting UMI-SIMAI-PTM, tenutosi a Wroclaw (Polonia), dal 17 al 20 settembre 2018. All'interno della Sessione Speciale dedicata a "Geometric Topology, Manifolds, and Group Actions", ha tenuto – su invito – un seminario dal titolo "*REPRESENTING AND CLASSIFYING COMPACT PL 4-MANIFOLDS VIA REGULAR 5-COLORED GRAPHS*".

## PARTECIPAZIONE A PROGETTI DI RICERCA

- COFIN/PRIN 2012 (scadenza 8 marzo 2017): "*Strutture Geometriche, Combinatoria e Loro Applicazioni*", Coordinatore Scientifico nazionale prof. G. Lunardon (Univ. di Napoli Federico II), Unità di Ricerca n. 6 (Responsabile scientifico A. Bonisoli).
- Principal Investigator di Progetto Cineca ISCRA C (anni 2014-2015): "*Generation and classification of PL 4-manifolds by increasing gem-complexity*".
- FAR 2016: "*Colored graphs representing pseudomanifolds: an interaction with random geometry and physics*", Responsabile P. Cristofori.

## VISITATORI STRANIERI

In giugno 2016 M.R.Casali ha organizzato la visita presso l'Università di Modena e Reggio Emilia del Dott. **Stephane Dartois** (Teaching Assistant at the Laboratory of Physics: Theory and Models (LPTM), Université de Cergy-Pontoise, Cedex (France)) che è stato ospite presso il Dipartimento di Fisica, Informatica e Matematica dal 27 giugno al 1 luglio 2016; durante tale periodo il Dott. Dartois ha tenuto un seminario scientifico sulla teoria dei Colored Tensor Models, ed ha partecipato all'attività di ricerca del gruppo locale di geometria (instaurando una collaborazione che ha portato alla stesura di lavori scientifici congiunti).