

## RELAZIONE SULLA ATTIVITA' SCIENTIFICA

DI MARIA RITA CASALI

(aa.aa. 2012/2013, 2013/2014, 2014/2015)

**Posizione:**

*Professore Ordinario*

*s.s.d. MAT/03 – GEOMETRIA*

*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche*

*Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia*

L'attività di ricerca di MARIA RITA CASALI è rivolta principalmente a temi attuali di Topologia Algebrica e Geometrica, ed in particolare allo studio, alla caratterizzazione e alla classificazione delle varietà lineari a tratti (o PL), utilizzando diverse tecniche di rappresentazione combinatoria (diagrammi di Heegaard, rivestimenti ramificati, nodi e link numerati, grafi colorati sugli spigoli) e facendo uso anche di opportuni strumenti di calcolo automatico, che consentano la manipolazione, la codificazione e l'eventuale riconoscimento degli enti geometrici rappresentati.

In particolare, durante il triennio in esame, sono stati affrontati i seguenti argomenti, ottenendo risultati che sono oggetto di n. 7 lavori, pubblicati su riviste nazionali e internazionali del settore (di cui segue l'elenco completo):

- Estensione al caso con bordo della nozione di Gem-Matveev complexity (GM-complexity, originariamente definita in [M.R. Casali, *Computing Matveev's complexity of non-orientable 3-manifolds via crystallization theory*, Topology Appl. 144 (2004), 201–209]) e dimostrazione della sua coincidenza con la "modified Heegaard complexity" (definita in [A. Cattabriga, M. Mulazzani, A. Vesnin, *Complexity, Heegaard diagrams and generalized Dunwoody manifolds*, J. Korean Math. Soc. 47 (2010), 585–599]).
- Utilizzo della GM-complexity per la stima della complessità di Matveev per i complementari dei nodi torici, e per tutte le 3-varietà di Seifert con base  $D_2$  e due fibre eccezionali.
- Confronto tra complessità di Matveev, GM-complexity e gem-complexity per gli spazi lenticolari. Dimostrazione della esistenza di classi infinite di spazi lenticolari per cui complessità di Matveev e GM-complexity coincidono.
- Attività di ricerca collegata al Progetto IS CRA-Cineca di tipo B "*Cataloguing PL-manifolds in dimension 3 and 4 via crystallization theory*" e al progetto IS CRA-Cineca di tipo C "*Generation and classification of PL-manifolds catalogues via contracted coloured triangulations*": elaborazione, test ed implementazione di algoritmi che realizzano opportune successioni di movimenti combinatori, che lasciano inalterata la classe

di PL-omeomorfismo della 4-varietà rappresentata. Oltre ai noti movimenti di dipolo, l'algoritmo utilizza i cosiddetti "blobs" e "flips", introdotti in [S. Lins - M. Mulazzani, *Blobs and flips on gems*, *Journal of Knot Theory and its Ramifications* 15 (2006), 1001-1035]. Attraverso le opportunità offerte da BCX cluster e SP6 system, la versione parallelizzata del programma di generazione di triangolazioni contratte di PL-varietà è stata opportunamente estesa al caso 4-dimensionale e adattato alle peculiarità di quella dimensione.

- Messa a punto ed utilizzo sistematico del programma *Gamma-class\_4dim* (elaborato e implementato nell'ambito dei suddetti progetti IS CRA-Cineca) per la classificazione automatica delle 4-varietà al variare della loro gem-complexity.
- Analisi di cataloghi di triangolazioni contratte di 4-varietà e classificazione di tutte le 4-varietà PL di gem-complexità minore di 9; dimostrazione della non esistenza di strutture esotiche su 4-varietà PL fino a gem-complexity 8.
- Caratterizzazione delle 4-varietà PL che ammettono triangolazioni contratte "semplici"; dimostrazione della additività di gem-complexity e genere regolare per queste varietà; dimostrazione della esistenza di decomposizioni in manici "semplici (ovvero prive di 1- e 3-manici) per queste varietà; generazione di tutte le triangolazioni contratte semplici di 4-varietà PL di gem-complexity minore di 9.

#### **ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI DEL TRIENNIO**

- M.R. Casali, P. Cristofori, M. Mulazzani (2012). *Complexity computation for compact 3-manifolds via crystallizations and Heegaard diagrams*. *TOPOLOGY AND ITS APPLICATIONS*, vol. 159 (13), p. 3042-3048, ISSN: 0166-8641, doi: 10.1016/j.topol.2012.05.016
- M.R. Casali (2012). *Catalogues of PL-manifolds and complexity estimations via crystallization theory*. *OBERWOLFACH REPORTS – OWR*, vol. Report No. 24/2012 - Workshop 1218 "TRIANGULATIONS" (April 29th - May 05th, 2012), p. 58- 61, ISSN: 1660-8933, doi: 10.4171/OWR/2012/24
- M.R. Casali, P. Cristofori (2013). *Computing Matveev's complexity via crystallization theory: The boundary case*. *JOURNAL OF KNOT THEORY AND ITS RAMIFICATIONS*, vol. 22 (8), p. 1350038-1350067, ISSN: 0218-2165, doi: 10.1142/S0218216513500387
- M.R. Casali, M.R., P. Cristofori (2013). *Coloured graphs representing PL 4-manifolds*. *ELECTRONIC NOTES IN DISCRETE MATHEMATICS*, vol. 40, p. 83-87, ISSN: 1571-0653, doi: 10.1016/j.endm.2013.05.016
- M.R. Casali, P. Cristofori (2014). *A note about complexity of lens spaces*. *FORUM MATHEMATICUM*, vol. 27 (6), p. 3173-3188, ISSN: 0933-7741, doi: 10.1515/forum-2013-0185

- M.R. Casali, P. Cristofori (2015). *Cataloguing PL 4-manifolds by gem-complexity*. ELECTRONIC JOURNAL OF COMBINATORICS, vol. 22 (4), p. 1-25, ISSN: 1077-8926
- M.R. Casali, P. Cristofori, C. Gagliardi (2015). *PL 4-manifolds admitting simple crystallizations: framed links and regular genus*. JOURNAL OF KNOT THEORY AND ITS RAMIFICATIONS (pubblicato on-line nel dicembre 2015), ISSN: 0218-2165, doi: 10.1142/S021821651650005X

### SOFTWARE PRODOTTO NEL TRIENNIO

- M.R.Casali, P.Cristofori (2013). *Gamma-class\_4dim: A program to subdivide a set of rigid crystallizations of closed 4-manifolds into equivalence classes, whose elements represent PL-homeomorphic manifolds*.

### COMUNICAZIONI SCIENTIFICHE DEL TRIENNIO

Maria Rita Casali ha partecipato, su invito, al *Workshop "TRIANGULATIONS"* presso il Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (Oberwolfach - Germany), dal 29/04 al 05/05/2012, tenendo (su invito) la lecture "CATALOGUES OF PL-MANIFOLDS AND COMPLEXITY ESTIMATIONS VIA CRYSTALLIZATION THEORY".

### ALTRA ATTIVITA' SCIENTIFICA SVOLTA NEL TRIENNIO

Come membro del comitato organizzatore del Convegno Internazionale "*COMPUTATIONAL AND GEOMETRIC TOPOLOGY - A conference in honour of Massimo Ferri and Carlo Gagliardi on their 60-th birthday*", svoltosi a Bertinoro (BO), dal 17 al 19 giugno 2010, M.R.Casali ha curato la pubblicazione dei Proceedings (usciti nel 2014 come supplemento degli "*Atti del Seminario Matematico e Fisico dell'Universita` di Modena e Reggio Emilia*", del cui Comitato di Redazione è membro).

Nei primi mesi del 2015 M.R.Casali ha organizzato la visita presso l'Università di Modena e Reggio Emilia del Dott. Biplab Basak (Ph.D. student at the Department of Mathematics, Indian Institute of Science, Bangalore - India), che è stato ospite presso il Dipartimento di Fisica, Informatica e Matematica nel periodo 1 - 6 Marzo 2015; durante tale periodo il Dott. Basak ha tenuto una conferenza scientifica ed ha partecipato all'attività di ricerca del gruppo locale di geometria (instaurando una collaborazione che ha portato già alla stesura di lavori scientifici congiunti).

Durante la seconda metà del 2015 M.R.Casali e i suoi collaboratori hanno preso contatto con il gruppo di ricerca su "random tensors" e "quantum gravity", costituito soprattutto da ricercatori francesi ed avente come riferimento il prof. Vincent Rivasseau (LPT - University Paris-Sud XI - Orsay, France), che utilizzano in modo significativo la teoria dei grafi colorati e delle cristallizzazioni. L'analisi delle possibili interazioni tra i due gruppi di ricerca ha portato alla organizzazione (di cui M.R. Casali si è fatta carico per la parte italiana) dell'incontro congiunto italo-francese "*Workshop on Colored Graphs and Random Tensors*", svoltosi presso il Laboratoire de Physique Théorique d'Orsay, nei giorni 14-15 gennaio 2016.