

## RELAZIONE SULLA ATTIVITÀ SCIENTIFICA

DI MARIA RITA CASALI

(aa.aa. 2018/2019, 2019/2020, 2020/2021)

**Posizione:** *Professore Ordinario*  
*s.s.d. MAT/03 – GEOMETRIA*  
*Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche*  
*Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia*

L'attività di ricerca di MARIA RITA CASALI è rivolta principalmente a temi attuali di Topologia Algebrica e Geometrica, ed in particolare allo studio, alla caratterizzazione e alla classificazione delle varietà lineari a tratti (o PL), utilizzando diverse tecniche di rappresentazione combinatoria (diagrammi di Heegaard, rivestimenti ramificati, nodi e link numerati, grafi colorati sugli spigoli) e facendo uso anche di opportuni strumenti di calcolo automatico, che consentano la manipolazione, la codificazione e l'eventuale riconoscimento degli enti geometrici rappresentati. Grande attenzione è posta anche alle relazioni tra la teoria delle cristallizzazioni, che consente di rappresentare tutte le varietà compatte tramite grafi regolari colorati sugli spigoli, e la teoria dei Colored Tensor Models, utilizzata in fisica teorica come approccio allo studio della Quantum Gravity in dimensione arbitraria.

In particolare, durante il triennio in esame, sono stati affrontati i seguenti argomenti, ottenendo risultati che sono oggetto di n. 6 lavori, pubblicati su riviste nazionali e internazionali del settore (di cui segue l'elenco completo):

- Studio delle relazioni tra invarianti PL di varietà definiti tramite grafi colorati (in particolare: gem-complexità e genere regolare) e il "G-degree" definito su grafi colorati all'interno della teoria relativa a "random tensors" e "quantum gravity": risultati in dimensione generica  $d$  e risultati particolari per  $d=3$  e  $d=4$ .
- Proprietà del G-degree per grafi rappresentanti varietà singolari; classificazione delle 3-pseudovarietà orientabili rappresentate dai grafi 4-colorati di G-degree minore o uguale a sei.
- Studio delle proprietà combinatorie del G-degree, con dimostrazione del fatto che, in dimensione  $d$  con  $d$  pari e maggiore o uguale a quattro, il G-degree di ogni grafo bipartito, e di ogni grafo (bipartito o non bipartito) rappresentante una varietà singolare, è un intero multiplo di  $(d-1)!$ . In particolare, in dimensione  $d=4$ , dimostrazione che il G-degree dipende solo dai generi regolari rispetto ad una coppia di permutazioni "associate".

- Classificazione completa delle PL 4-varietà compatte con bordo vuoto o connesso aventi genere regolare minore o uguale a due e di quelle con G-degree minore o uguale a 24.
- Caratterizzazione delle classi di cristallizzazioni di 4-varietà compatte (dette *semi-simple* e *weak semi-simple*) che minimizzano gli invarianti PL *G-degree*, *gem-complexity*, *genere regolare* e/o (*gem-induced*) *trisection genus*.
- Dimostrazione della additività del genere regolare per tutte le 4-varietà con bordo vuoto o connesso che ammettono cristallizzazioni *weak semi-simple*.
- Identificazione di classi di triangolazioni colorate che inducono decomposizioni in manici "speciali" (ovvero prive di 1-manici e 3-manici) per 4-varietà PL compatte.

#### ELENCO DELLE PUBBLICAZIONI DEL TRIENNIO

- 1) M.R. Casali – P. Cristofori – L. Grasselli, *G-degree for singular manifolds*, RACSAM **112**(3) (2018), 693-704. [DOI: 10.1007/s13398-017-0456-x]
- 2) M.R. Casali – P. Cristofori – S. Dartois - L. Grasselli, *Topology in colored tensor models via crystallization theory*, J. Geom. Phys. **129** (2018), 142-167. [https://doi.org/10.1016/j.geomphys.2018.01.001]
- 3) M.R. Casali – L. Grasselli, *Combinatorial properties of the G-degree*, Revista Matemática Complutense **32** (2019), 239-254. [https://doi.org/10.1007/s13163-018-0279-0]
- 4) M.R. Casali – P. Cristofori – C. Gagliardi, *Crystallizations of compact 4-manifolds minimizing combinatorially defined PL-invariants*, Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste **52** (2020), 431-458. [DOI: 10.13137/2464-8728/30760]
- 5) M.R. Casali – P. Cristofori, *Classifying compact 4-manifolds via generalized regular genus and G-degree*, Ann. Inst. Henri Poincaré D (Combinatorics, Physics and their interactions) (accepted 22-06-2020), to appear. [arXiv:1912.01302]
- 6) M.R. Casali – P. Cristofori, *Compact 4-manifolds admitting special handle-decompositions*, RACSAM **115**, 118 (2021). [DOI: 10.1007/s13398-021-01001-x]

#### COMUNICAZIONI SCIENTIFICHE DEL TRIENNIO

- È stata co-organizzatore (insieme a L. Grasselli di UniMORE, A. F. Costa Gonzales dell'UNED di Madrid e B. Benedetti dell'Università di Miami) del minisimposio "APPLIED COMBINATORIAL AND

*GEOMETRIC TOPOLOGY*” all’interno dell’ottavo Congresso Europeo di Matematica (8ECM – Portoroz, Slovenia), in programma per l’estate 2020 ma rinviato a giugno 2021 a causa dell’emergenza COVID-19.

- Ha tenuto in data 24/06/2021 una conferenza dal titolo “*KIRBY DIAGRAMS, EDGE-COLORED GRAPHS AND TRISECTIONS OF PL 4-MANIFOLDS*” durante il minisimposio “*Applied Combinatorial and Geometric Topology*”, all’interno dell’ottavo Congresso Europeo di Matematica (8ECM – Portoroz, Slovenia).
- Ha tenuto su invito, in data 06-09-2021, un seminario online da titolo “*KIRBY DIAGRAMS AND 5-COLORED GRAPHS REPRESENTING COMPACT 4-MANIFOLDS*”, all’interno del ciclo “*Seminars on knot theory and related topics*”, organizzato dai Proff. Manturov, Ilyutko, Nikonov, Fedoseev and Kim (Moscow State University).
- Ha organizzato, insieme a Paola Cristofori, il ciclo di “*Seminari di Topologia Geometrica*” svoltosi presso il Dipartimento di Scienze Fisiche, Informatiche e Matematiche dell’Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia nel mese di settembre 2021 (n. 8 seminari online).

#### PARTECIPAZIONE A PROGETTI DI RICERCA

- FAR 2019: “*METODI DISCRETI IN GEOMETRIA COMBINATORIA E TOPOLOGIA GEOMETRICA*”, P.I. Maria Rita Casali.
- FAR 2021: “*METODI DISCRETI IN GEOMETRIA COMBINATORIA E TOPOLOGIA GEOMETRICA*”, P.I. Maria Rita Casali.

#### VISITATORI STRANIERI

Ha organizzato per marzo 2020 la visita presso l’Università di Modena e Reggio Emilia del Prof. **Biplab Basak**, Assistant Professor presso il Department of Mathematics, Indian Institute of Technology Delhi, Hauz Khas, New Delhi, che già era stato ospite presso il Dipartimento di Fisica, Informatica e Matematica di UniMORE nel 2015, per collaborazione scientifica e per seminari rivolti a studenti di dottorato. La visita non ha avuto luogo, a causa dell’emergenza sanitaria mondiale sviluppatasi a partire dalle settimane immediatamente precedenti.

I rapporti di collaborazione con il Prof. Basak, come con altri ricercatori di rilievo internazionale, sono stati portati avanti a distanza, anche tramite l’organizzazione di seminari scientifici online, visto il perdurare della pandemia.