

# **Massimo Ferri (\*) - Carlo Gagliardi (\*\*)**

## **Ricordo di MARIO PEZZANA**

Mario Pezzana è morto il 13 aprile 1999. Persona schiva e riservata, era poco propenso a parlare di sé, e ben poco ci resta di documentato sulla sua vita e sulla sua attività prima del suo arrivo a Modena (a parte, ovviamente, le pubblicazioni).

Era nato a Genova il 4 febbraio 1922. Laureatosi in Matematica e Fisica all'Università di Genova il 24 febbraio 1954, prestò servizio come Assistente straordinario di Analisi fino all'ottobre del 1959 presso la stessa Università. Proseguì quindi la sua attività in Svizzera con un periodo di insegnamento nella scuola media superiore, nel corso del quale ebbe contatti e collaborazioni con ricercatori del CERN di Ginevra.

Nel 1963 rientrò nel mondo accademico come Assistente di ruolo di Geometria presso l'Università di Bologna. Nel 1968 conseguì la Libera Docenza e nel 1970 divenne Professore Aggregato. Di quel periodo ci restano le memorie dei colleghi, che lo ricordano come persona attivissima a livello didattico, organizzativo e soprattutto scientifico; in anni difficili per un'università che stava evolvendo tumultuosamente, era il riferimento per delicate mediazioni fra i docenti e fra docenti e studenti. Negli stessi anni conobbe Luigi Cavalieri D'Oro (anch'egli recentemente scomparso), con cui avviò una lunga e proficua collaborazione didattica.

Vincitore di un concorso a cattedra di Geometria del 1970, nel 1971 venne chiamato come professore di prima fascia all'Università di Modena. Qui insegnò prima agli allievi ingegneri, poi al Corso di Laurea in Matematica, tenendo l'insegnamento di Geometria Differenziale o di Topologia Algebrica e, ad anni alterni, di Geometria I e II. In questo periodo fu tra i proponenti del Dottorato di Ricerca in Matematica, in consorzio tra le Università di Firenze, Modena, Siena, Perugia e Cagliari; fece parte ininterrottamente del Collegio dei Docenti. È in questi anni che abbiamo avuto la fortuna di conoscerlo, prima come studenti e quindi come allievi (i primi, in ordine di tempo, della scuola che si stava formando attorno a lui).

Chiese il collocamento a riposo nel 1992. Si ritirò nella sua Liguria, nei pressi di Chiavari, dove comunque non cessò mai di impegnarsi nella sua unica passione: la Matematica. Poco dopo il decesso, è stato seguito dalla moglie; lasciano un unico figlio.

La produzione scientifica di Mario Pezzana si apre nel 1954 con un lavoro tratto dalla tesi di laurea, in cui si occupa di differenziali asintotici.

Pezzana pubblica nuovamente in periodici matematici a partire dal 1965. Le sue ricerche sono ora rivolte ad argomenti di Geometria differenziale, con particolare riguardo ad un tema di ricerca coltivato da alcune Scuole, ed in particolare da quella di Mario Villa: le trasformazioni puntuali. Queste sono trasformazioni di uno spazio

proiettivo reale in sé, descritte mediante funzioni analitiche. L'interesse è focalizzato sull'approssimazione locale dei vari ordini in un punto regolare  $P$  di una trasformazione. Nel primo ordine, si tratta di omografie. Nel secondo ordine l'approssimazione è determinata dalle rette "caratteristiche", cioè quelle le cui immagini hanno, nel punto trasformato di  $P$ , un flesso. Lo studio di tali trasformazioni fa largo uso del "riferimento mobile", con i metodi introdotti da Boruvka-Čech.

Pezzana studia in diversi lavori le trasformazioni per le quali le direzioni delle rette caratteristiche sono disposte in particolari strutture. In particolare, estende alla dimensione  $n$  un bel risultato di Luigi Muracchini. Un risultato sorprendente di Pezzana è una caratterizzazione in cui ogni trasformazione puntuale fra piani è riconosciuta come corrispondenza fra proiezioni dei punti di una superficie da centri diversi. Il risultato generalizza quindi il ben noto teorema di caratterizzazione delle omografie come composizione di proiezioni e sezioni; infatti nel caso delle omografie la superficie risulta del primo ordine.

Una svolta nella sua attività scientifica si ha con il Convegno Internazionale di Geometria Differenziale, tenutosi a Bologna nel settembre del 1967, durante il quale viene a contatto con diversi ricercatori di livello internazionale. Durante il convegno Pezzana presenta il suo primo lavoro sulle varietà differenziabili, di cui parleremo fra breve.

Il nuovo interesse per le varietà s'intreccia con il filone delle trasformazioni puntuali in un articolo del 1969, ispirato da ricerche di George Vranceanu. In questo lavoro viene definito, per ogni trasformazione puntuale, un particolare campo tensoriale che la caratterizza. Questo viene poi riconosciuto come tensore metrico di una varietà riemanniana a tensore di Riemann identicamente nullo.

Nello stesso periodo Pezzana s'interessa anche alla teoria dei grafi, ed è forse l'accostamento di topologia combinatoria e di geometria delle varietà a suggerirgli i temi su cui avvierà la sua Scuola. L'articolo presentato al Congresso di Bologna contiene la prima formulazione di un'idea che si rivelerà estremamente feconda e in anticipo sui tempi: atlanti minimali di varietà compatte. Questo tema di ricerca si dipana in una serie di pubblicazioni che si intercalano con quelle del filone precedente. Il problema affrontato da Pezzana è sostanzialmente il seguente. Qual è il minimo numero di carte per un atlante di una varietà compatta  $n$ -dimensionale, dove carte, atlante e varietà sono soggetti a ben circostanziati criteri?

Intimamente correlata con tale studio è la nozione di triangolazione contratta, che da una parte permette di costruire atlanti minimali, dall'altra produce una rappresentazione combinatoria di notevole successo: la cristallizzazione.

Un complesso contratto di dimensione  $n$  può essere pensato come un complesso pseudosimpliciale  $K$  (nel senso di Hilton-Wylie, *An introduction to algebraic topology – Homology theory*, Cambridge Univ. Press 1960, p. 49), avente esattamente  $n+1$  vertici. Pezzana provò che ogni PL varietà compatta e senza bordo di dimensione  $n$  ammette una *triangolazione contratta*, (cioè può essere triangolata mediante un complesso contratto). Inoltre le  $n+1$  stelle aperte dei suoi vertici costituiscono un *atlante minimale*, in cui le

carte e le componenti connesse delle loro intersezioni sono  $n$ -dischi. Il *grafo duale* di  $K$ , colorato sugli spigoli in maniera naturale con  $n+1$  colori, venne detto *struttura cristallina o cristallizzazione*. Da essa si possono agevolmente ricostruire la triangolazione contratta e l'atlante minimale associato: nasce quindi, come conseguenza dei risultati fin qui riassunti, una nuova rappresentazione delle varietà lineari a tratti, valida in ogni dimensione e totalmente combinatoria.

Si noti come questa problematica preceda di diversi anni un filone parallelo di ricerca su triangolazioni con numero minimo di vertici (si veda, per esempio, "The 9-vertex complex projective plane" di W. Kühnel e T.F. Banchoff, *Math. Intelligencer* **5**(3) (1983), 11-22). Inoltre le cristallizzazioni si inseriscono a pieno titolo fra le diverse rappresentazioni di varietà (soprattutto 3-dimensionali) con cui si aggrediscono tuttora i problemi di classificazione: spezzamenti e diagrammi di Heegaard, rivestimenti ramificati, link numerati, spine standard. Con queste tecniche di rappresentazione, le cristallizzazioni hanno interazioni ora ben note, e se ne distinguono per il carattere spiccatamente combinatorio ed  $n$ -dimensionale. Esse costituiscono il primo chiaro legame fra topologia geometrica e teoria dei grafi.

Mario Pezzana era senz'altro più ambizioso per i suoi allievi che per sé; produceva a ritmo incessante idee nuove, accontentandosi di fermarne solo alcune nella bibliografia riportata in calce. Incidentalmente, l'introduzione del concetto di cristallizzazione non si può trovare in alcun articolo di Pezzana. Infatti regalò l'idea – certo in forma embrionale – ad uno di noi. Ricordiamo bene il giorno in cui entrò nello studio e disse: "Ferri, Lei che è appassionato ai grafi: ho un'idea che Le piacerà"!

La seconda parte della bibliografia segnala la produzione sulle cristallizzazioni e su argomenti connessi, dovuta in parte ai suoi allievi (di prima o seconda generazione), ma anche a ricercatori di diverse parti del mondo (Spagna, Slovenia, Brasile, Messico, Corea, Giappone, USA), che hanno derivato la loro ricerca da quella della scuola di Pezzana o vi sono in qualche modo confluiti.

## Bibliografia

- ◆ **M. Pezzana**, *Sulla differenziabilità delle funzioni di più variabili reali*, Rend.

Sem. Mat. Univ. Padova **23** (1954), 299-309 .

- ◆ **M. Pezzana**, *Trasformazioni puntuali tra due  $S_n$  a configurazione caratteristica armonica*, Boll. Un. Mat. Ital. **20** (1965), 344-350.
- ◆ **M. Pezzana**, *Un tipo di corrispondenza tra spazi che ammettono in ogni coppia soltanto tre direzioni caratteristiche distinte complanari*, Boll. Un. Mat. Ital. **20** (1965), 471-480.
- ◆ **M. Pezzana**, *Una costruzione delle trasformazioni puntuali piane in un loro insieme di regolarità e sue applicazioni*, Boll. Un. Mat. Ital. **20** (1965), 481-485.
- ◆ **M. Pezzana**, *Trasformazioni puntuali tra due  $S_3$  a configurazione caratteristica quasi armonica I*, Boll. Un. Mat. Ital. **21** (1966), 161-167.
- ◆ **M. Pezzana**, *Trasformazioni puntuali tra due  $S_3$  a configurazione caratteristica quasi armonica II*, Boll. Un. Mat. Ital. **21** (1966), 251-258.
- ◆ **M. Pezzana**, *Sulle trasformazioni puntuali piane che si possono iperosculare in ogni coppia regolare con una trasformazione cubica I*, Boll. Un. Mat. Ital. **21** (1966), 395-405.
- ◆ **M. Pezzana**, *Sulle trasformazioni puntuali piane che si possono iperosculare in ogni coppia regolare con una trasformazione cubica II*, Boll. Un. Mat. Ital. **22** (1967), 73-82.
- ◆ **M. Pezzana**, *Atlanti minimali di varietà differenziabili compatte*, Boll. Un. Mat. Ital. **1** (1968), 749-752.
- ◆ **M. Pezzana**, *Osservazioni sugli elementi caratteristici di una trasformazione puntuale tra due  $S_n$  curve di un  $E_n$  a curvatura nulla*, Boll. Un. Mat. Ital. **2** (1969), 403-408.
- ◆ **M. Pezzana**, *Derivate di Lie e invarianti delle trasformazioni puntuali fra spazi euclidei*, Boll. Un. Mat. Ital. **2** (1969), 393-402.
- ◆ **M. Pezzana**, *Alcune proprietà topologiche delle sfere e dei dischi n-dimensionali*, Boll. Un. Mat. Ital. **2** (1969), 215-221.
- ◆ **M. Pezzana**, *Alcune proprietà topologiche delle  $V^3$  differenziabili*, Boll. Un. Mat. Ital. **2** (1969), 208-214.

- ◆ **M. Pezzana**, *Alcune osservazioni sui grafi piani*, Atti Accad. Sci. Ist. Bologna **6** (1968-69), 194-212.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Fasci associati ad atlanti minimali*, Boll. Un. Mat. Ital. **3** (1970), 275-282.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Sulla classificazione delle  $V^3$  differenziabili compatte*, Boll. Un. Mat. Ital. **3** (1970), 269-274.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Gruppi di trasformazioni ricoprenti e varietà differenziabili omografiche compatte*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **23** (1974), 27-43.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Sulla struttura topologica delle varietà compatte*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **23** (1974), 269-277.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Compattificazione di  $R^n$  e varietà topologiche compatte triangolabili*. Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **23** (1974), 278-285.
  - ◆ **M. Pezzana**, *Diagrammi di Heegaard e triangolazione contratta*, Boll. Un. Mat. Ital. **12**, Suppl. Fasc. **3** (1975), 98-105.
  - ◆ **M. Pezzana - M. Ferri - C. Gagliardi**, *Omomorfismo di Mayer-Vietoris per varietà tridimensionali*, Boll. Un. Mat. Ital. **12**, Suppl. Fasc. **3** (1975), 148-157.
  - ◆ **L. Cavalieri d'Oro - M. Meschiari - M. Pezzana**, *Linearizzazione delle varietà algebriche proiettive e delle loro polarità*, Atti Mem. Acc. Naz. Sci. Lett. Arti Modena **20** (1978), 75-100.
  - ◆ **A. Cavicchioli - L. Grasselli - M. Pezzana**, *Su una decomposizione normale per le  $n$ -varietà chiuse*, Boll. Un. Mat. Ital. **17-B** (1980), 1146-1165.
  - ◆ **L. Cavalieri d'Oro - M. Pezzana**, *Corso di Geometria, Vol.I-II*, Esculapio, Bologna 1978-80.
- 1) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *Alcune proprietà caratteristiche delle triangolazioni contratte*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **24** (1975), 195-220 .
  - 2) **M. Ferri**, *Una rappresentazione delle  $n$ -varietà topologiche triangolabili mediante grafi  $(n + 1)$ -colorati*. Boll. Un. Mat. Ital. **13-B** (1976), 250-260.
  - 3) **C. Gagliardi**, *Spezzamenti alla Heegaard per varietà  $n$ -dimensionali*, Boll. Un. Mat. Ital. **13-A** (1976), 302-311.
  - 4) **A. Cavicchioli**, *Pseudo-dissezioni e triangolazioni contratte di spazi con singolarità isolate*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena, 27 (1978), 132-150.
  - 5) **M. Ferri**, *A non-Cayleyian diagram for presentations of groups*. J. Comb. Inf.

System Sci. **3** (1978), 245-254.

- 6) **M. Ferri**, *Crystallisations of 2-fold branched coverings of  $S^3$* . Proc. Amer. Math. Soc. **73** (1979), 271-276.
- 7) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *Strong ball coverings of manifolds*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **28** (1979), 289-296.
- 8) **C. Gagliardi**, *A combinatorial characterization of 3-manifold crystallizations*, Boll. Un. Mat. Ital. **16-A** (1979), 441-449.
- 9) **C. Gagliardi**, *How to deduce the fundamental group of a closed  $n$ -manifold from a contracted triangulation*, J. Comb. Inf. System Sci. **4** (1979), 237-252.
- 10) **P. Bandieri - L. Grasselli**, *Fibrazioni standard di Seifert*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **28** (1979), 189 -199.
- 11) **A. Cavicchioli - C. Gagliardi**, *Crystallizations of PL-manifolds with connected boundary*, , Boll. Un. Mat. Ital. **17-B** (1980), 902-917.
- 12) **A. Cavicchioli**, *Una rappresentazione delle trivarietà orientabili mediante atlanti minimali di superficie*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena, **29** (1980), 294-319.
- 13) **S. Lins**, *Graphs of maps*, Tesi di Ph.D, Univ. di Waterloo, 1980.
- 14) **A. Cavicchioli**, *A new handlebody decomposition of 3-manifolds with connected boundary and their fundamental group*, Boll. Un. Mat. Ital. **18-B** (1981), 131-149.
- 15) **A. Cavicchioli**, *Remarks on Heegaard Splitting Theory*, Boll. Un. Mat. Ital. **18-B** (1981), 961-975.
- 16) **C. Gagliardi**, *Regular imbeddings of edge-coloured graphs*, Geom. Dedicata **11** (1981), 297-314.
- 17) **C. Gagliardi**, *Extending the concept of genus to dimension  $n$* , Proc. Amer. Math. Soc. **81** (1981), 473-481.
- 18) **P. Bandieri - A. Donati**, *Le 3-varietà orientabili di genere due come quozienti di un toro pieno*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **31** (1982), 14-21.
- 19) **P. Bandieri - C. Gagliardi**, *Generating all orientable  $n$ -manifolds from  $(n-1)$ -complexes*, Rend. Circ. Mat. Palermo **31** (1982), 233-246.
- 20) **A. Cavicchioli**, *A three-manifold invariant independent of the homotopy type*, Boll. Un. Mat. Ital. **1-D** (1982), 215-227.
- 21) **A. Donati - L. Grasselli**, *Gruppo dei colori e cristallizzazioni 'normali' degli spazi lenticolari*. Boll. Un. Mat. Ital. **1-A** (1982), 359-366.
- 22) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *Crystallisation moves*, Pacific J. Math. **100** (1982), 233-246.
- 23) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *The only genus zero  $n$ -manifold is  $S^n$* , Proc. Amer. Math.

- Soc. **85** (1982), 638-642.
- 24) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *On the genus of 4-dimensional products of manifolds*, *Geom. Dedicata* **13** (1982), 331-345.
  - 25) **C. Gagliardi**, *Recognising a 3-dimensional handle among 4-coloured graphs*, *Ricerche Mat.* **31** (1982), 389-404.
  - 26) **S. Lins**, *Graph-encoded maps*. *J. Combin. Theor.* **B 32** (1982), 171-181.
  - 27) **G. Volzone**, *Alcune osservazioni sul riconoscimento di  $S^1 \times S^n$* . *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena* **31** (1982), 228-247.
  - 28) **P. Bandieri - A. Donati - L. Grasselli**, *“Normal” crystallizations of 3-manifolds*, *Geom. Dedicata* **14** (1983), 405-418.
  - 29) **A. Cavicchioli**, *Manici e fattorizzazioni delle trivarietà*, *Ricerche Mat.* **32** (1983), 341-345.
  - 30) **G. De Paris – G. Volzone**, *Omologia di grafi colorati sugli spigoli*. *Atti Sem. Mat. Fis. Univ., Modena* **32** (1983), 216-23 I.
  - 31) **A. Donati**, *A calculation method of 3-manifold fundamental groups*. *J. Comb. Infom. System Sci.* **8** (1983), 97-100.
  - 32) **C. Gagliardi**, *Cobordant crystallizations*, *Discrete Math.* **45** (1983), 61-73.
  - 33) **B. Mohar**, *Simplicial schemes and some combinatorial applications*. *Proc. Fourth Yugoslav Seminar on Graph Theory* (1983), 209-229 .
  - 34) **A. Vince**, *Combinatorial maps*. *J. Comb. Theor.* **B 34** (1983), 1-21.
  - 35) **A. Vince**, *Regular combinatorial maps*. *J. Comb. Theor.* **B 35** (1983), 256-277.
  - 36) **A. Vince**, *Graphic matroids, shellability and the Poincaré conjecture*. *Geom. Dedicata* **15** (1983), 303-314.
  - 37) **A. Cavicchioli – L. Grasselli**, *Contracted triangulations as branched coverings*, *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena* **33** (1984), 241-246.
  - 38) **C. Gagliardi**, *Rappresentazioni di varietà 'PL* , Conferenza tenuta nell'ambito del Convegno Nazionale del *G.N.S.A.G.A.–C.N.R.*, Torino 4-6/10/1984.
  - 39) **S. Lins**, *Towards a catalogue of 3-manifold crystallizations*, *Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena* **33** (1984), 369-377.
  - 40) **A. Vince**, *Combinatorial classification of the regular polytopes*, *Progress in Graph theory* (Bondy & Murty Ed.), Academic Press 1984, 487-496.
  - 41) **P. Bandieri - A. Cavicchioli - L. Grasselli**, *Generating all closed 3-manifolds from handlebodies and polygonal schemes* , *Coll. Math. Soc. Janos Bolyai* **41** (1985), 35-56.
  - 42) **A. Cavicchioli - L. Grasselli**, *Minimal atlases of manifolds*, *Cahiers Topologie Geom. Diff. Cat.* **26** (1985), 389-397.

- 43) **A. Cavicchioli**, *Lins-Mandel crystallizations*, Discrete Math. **57** (1985), 17-37.
- 44) **A. Cavicchioli**, *A genus for n-dimensional Knots and Links*, Collectanea Math. **36** (1985), 229-242.
- 45) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *A characterization of punctured n-spheres*, Yokohama Math. J. **33** (1985), 29-38.
- 46) **L. Grasselli**, *A geometric description of "normal" crystallizations*. J. Geom. **24** (1985), 36-48.
- 47) **S. Lins**, *A simple proof of Gagliardi's handle recognition theorem*. Discrete Math. **57** (1985), 253-260.
- 48) **S. Lins - A. Mandel**, *Graph-encoded 3-manifolds*. Discrete Math. **57** (1985), 261-284.
- 49) **A. Vince**, *A non shellable 3-sphere*, European J. Comb. **6** (1985), 91-100.
- 50) **P. Bandieri**, *Il gruppo dei 2-residui*, Atti II<sup>o</sup> Convegno di Topologia, Suppl. Rend. Circ. Mat. Palermo **12** (1986), 169 - 180.
- 51) **J. Bracho**, *Cyclic crystallizations of spheres*, Manuscripta Math. **55** (1986), 213 – 218.
- 52) **A. Cavicchioli**, *A countable class of non--homeomorphic homology spheres with Heegaard genus two*, Geom. Dedicata **20** (1986), 345-348.
- 53) **R. Chiavacci**, *Pseudocomplessi colorati e loro gruppi fondamentali*, Ricerche Mat. **35** (1986), 247-268.
- 54) **A. Donati**, *Lins-Mandel manifolds as branched coverings of  $S^3$* . Discrete Math. **62** (1986), 21-27.
- 55) **M. Ferri - C. Gagliardi - L. Grasselli**, *A graph theoretical representation of PL manifolds – A survey on crystallizations*, Aequationes Math. **31** (1986), 121-141.
- 56) **L. Grasselli**, *Edge-coloured graphs and associated groups*, Rend. Circ. Mat. Palermo **12** (1986), 263-269.
- 57) **L. Grasselli**, *Grafi multicolorati e pseudocomplessi*, Actas VII<sup>o</sup> Congresso G.M.E.L., Coimbra 1985, Univ. Coimbra Vol.1 (1986), 421-423.
- 58) **S. Lins**, *Paintings: A planar approach to higher dimensions*. Geom. Dedicata **20** (1986), 1-25.
- 59) **J. Bracho - L. Montejano**, *The combinatorics of colored triangulations of manifolds*, Geom. Dedicata **22** (1987), 303-328.
- 60) **M.R. Casali**, *Fundamental groups of branched covering spaces of  $S^3$* , Ann. Univ. Ferrara, **33** (1987), 247-258.
- 61) **A. Cavicchioli**, *Generalized handles in graphs and connected sums of manifolds*,



- J. Geometry **30** (1987), 69-84.
- 62) **A. Costa - P. del Val Melus**, *Crystallizations and permutations representing 3-manifolds*. Boll. Un. Mat. Ital. **1-B** (1987), 477-490.
- 63) **A. Donati**, *A class of 4-pseudomanifolds similar to the lens spaces*, Aequationes Math. **33** (1987), 194-207.
- 64) **M. Ferri**, *Colour switching and homeomorphism of manifolds*, Canadian J. Math. **39** (1987), 8-32
- 65) **C. Gagliardi - G. Volzone**, *Handles in graphs and sphere-bundles over  $S^1$* , European J. Comb. **8** (1987), 151-158.
- 66) **C. Gagliardi**, *Regular genus - The boundary case*, Geom. Dedicata **22** (1987), 261-281.
- 67) **C. Gagliardi**, *On a class of 3-dimensional polyhedra*, Ann. Univ. Ferrara **33** (1987), 51-88.
- 68) **L. Grasselli**, *Simple contracted complexes are nonshellable*, Europ. J. Combin. **8** (1987), 287-288.
- 69) **L. Grasselli**, *Crystallizations and other manifold representations*, Sem. Mat. Fund. U.N.E.D. Madrid, **1** (1987), 1-15 .
- 70) **B. Mohar**, *Simplicial schemes*, J. Comb. Theory **B-42** (1987). 68-86 .
- 71) **Y. Tsukui**, *On handle free 3-manifolds*, Topology and Computer Science (Atami 1986), Kinokuniya, Tokyo (1987), 61-80.
- 72) **P. Bandieri - A. Cavicchioli - L. Grasselli**, *Heegaard diagrams, graphs and 3-manifolds spines* , Radovi Matematicki **4** (1988), 383 - 402.
- 73) **M.R. Casali - L. Grasselli**, *Characterizing crystallizations among Lins-Mandel 4-coloured graphs*, Atti III<sup>o</sup> Convegno Nazionale di Topologia, Trieste 9-12/06/1986, Supplemento Rend. Circ. Mat. Palermo **18** (1988), 221-228.
- 74) **A. Cavicchioli**, *Lins--Mandel 3-manifolds and their groups: a simple proof of the homology sphere conjecture*, Atti III Convegno Naz. di Topologia, Trieste 9-12 Giugno 1986, Suppl. Rend. Circ. Mat. Palermo **18** (1988), 229-237.
- 75) **A. Cavicchioli - L. Grasselli**, *Minimal dissections of bordered manifolds*, Demonstratio Math. **21** (1988), 311-322.
- 76) **A. Costa**, *Coloured graphs representing manifolds and universal maps*, Geom. Dedicata **28** (1988), 349-357.
- 77) **M. Ferri - C. Gagliardi**, *Multiple residues in dimension three*, J. Comb. Theory, **B-44** (1988), 263-275.
- 78) **L. Grasselli**, *Multiple-coloured graphs and pseudocomplexes*, Annali Univ.

- Ferrara **34** (1988), 265-270.
- 79) **L. Grasselli**, *Rivestimenti ramificati della 3-sfera*, Seminari di Geometria Univ. Bologna 1987/88, Ed. S.Coen (1988), 55-77.
- 80) **S. Lins**, *On the fundamental group of 3-Gems and a “planar” class of 3-manifolds*, Europ. J. Combin. **9** (1988), 291-305.
- 81) **B. Mohar**, *Branched coverings*, Discrete Comput. Geom. **3** (1988), 339--348.
- 82) **A. Vince**, *n-graphs*, Discrete Math. **72** (1988), 367-380.
- 83) **P. Bandieri**, *A note on the genus of 3-manifolds with boundary*, Ann. Univ. Ferrara **35** (1989), 163 - 175.
- 84) **M.R. Casali - L. Grasselli**, *Representing branched coverings by edge coloured graphs*, Topology Appl. **33** (1989), 197-207.
- 85) **M. R. Casali**, *A catalogue of the genus two 3-manifolds*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **37** (1989), 207-236.
- 86) **A. Cavicchioli**, *A combinatorial characterization of  $S^3 \times S^1$  among closed 4-manifolds*, Proc. Amer. Math. Soc. **105** (1989), 1008-1014.
- 87) **A. Cere` - A. Donati – M. Ferri**, *A note on groups and permutation-partition pairs*, Ann. Univ. Ferrara **35** (1989), 59-69.
- 88) **A. Cere`**, *Regular embeddings of coloured digraphs*, Geom. Dedicata **29** (1989), 97-107. Errata corrige: Geom. Dedicata, **33** (1990), 239.
- 89) **A. Costa**, *On the regularity condition for coloured graphs*, Groups-St. Andrews **1** (1989), 84-86. London Math. Soc. Lecture Note **159**, Cambridge Univ. Press 1991.
- 90) **C. Gagliardi**, *On the genus of the complex projective plane*, Aequationes Math. **37** (1989), 130-140.
- 91) **S. Lins**, *Invariant groups on equivalent crystallizations*. European J. Combin. **10** (1989), 575-584.
- 92) **S. Lins – C. Durand**, *A complete catalogue of rigid graph-encoded orientable 3-manifolds up to 28 vertices*, Notas Com. Mat. UFPE **168** (1989).
- 93) **A. Vince**, *Recognizing the 3-sphere*, Graph Theory and its Applications, East and West (Jinon 1986), Annals N.Y. Academy of Sciences **576** (1989), 571-583.
- 94) **P. Bandieri - G. Rinaldi**, *Standard spines of 3-manifolds*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **38** (1990) , 357 - 369.
- 95) **M.R. Casali**, *Una caratterizzazione dei corpi di manici 3-dimensionali*, Boll. Un. Mat. Ital. **4-B** (1990), 517- 539.
- 96) **M.R. Casali - L. Grasselli**, *Wave moves on crystallizations*, Yokohama Math. Journal **38** (1990), 1-11.

- 97) **A. Cavicchioli**, *Finding nice crystallizations for handle free  $n$ -manifolds*, Ars Combinatoria **30** (1990), 33-49.
- 98) **A. Cavicchioli**, *Covering numbers of manifolds and critical points of a Morse function*, Israel J. Math. **70** (1990), 279-304.
- 99) **A. Cavicchioli – F. Hegenbarth**, *Manifolds of type  $C(p,q)$* , Kobe Math. Journal **7** (1990), 139-145.
- 100) **A. Cavicchioli**, *On the automorphism groups of coloured graphs arising from manifolds*, J. Comb. Inf. Syst. Sci. **15** (1990), 111-132.
- 101) **R. Chiavacci - G. Pareschi**, *Some bounds for the regular genus of closed PL manifolds*, Discrete Math. **82** (1990), 165-180.
- 102) **A. Costa**, *On manifolds admitting regular combinatorial maps*, Rend. Circolo Mat. Palermo **24** (1990), 327-335.
- 103) **C. Gagliardi**, *Surface maps and  $n$ -dimensional manifolds*, Rend. Circolo Mat. Palermo **24** (1990), 97-126.
- 104) **L. Grasselli**, *3-manifold spines and bijoins*, Revista Mat. Univ. Complutense Madrid **3** (1990), 165-179.
- 105) **P. Bandieri**, *Platonic decompositions of 3-manifolds*, Boll. Un. Mat. Ital. **5-B** (1991), 745 - 756.
- 106) **M.R.Casali - L.Grasselli**, *2-symmetric crystallizations and 2-fold branched coverings of  $S^3$* , Discrete Math. **87** (1991), 9-22.
- 107) **A. Costa – A. Valverde**, *On folded coverings of quasi-manifolds with boundary*, Ann. Univ. Ferrara **37** (1991), 13-26.
- 108) **M. Ferri – S. Lins**, *Topological aspects of edge fusion in 4-graphs*. J. Comb. Theory **B 51** (1991), 227-243.
- 109) **L. Kauffman - S. Lins**, *Computing Turaev-Viro invariants for 3-manifolds*, Manuscripta Math. **72** (1991), 81-94.
- 110) **S. Lins – C. Durand**, *Topological classification of small graph-encoded orientable 3-manifolds*, Notas Com. Mat. UFPE **177** (1991).
- 111) **P. Bandieri - C. Gagliardi - G.Volzone**, *Manici in superficie con bordo*, Ricerche Mat. **41** (1992), 113-122.
- 112) **M.R. Casali**, *A combinatorial characterization of 4-dimensional handlebodies*, Forum Math. **4** (1992), 123-134.
- 113) **M.R. Casali**, *Two-fold branched coverings of  $S^3$  have type six*, Revista Mat. Univ. Complutense Madrid **5** (1992), 235-254.
- 114) **A. Cavicchioli**, *On the genus of smooth 4-manifolds*, Trans. Amer. Math. Soc. **331**

- (1992), 203-214.
- 115) **A. Cavicchioli**, *Imbeddings of polyhedra in 3-manifolds*, Annali Mat. Pura Appl. **162** (1992), 157-177.
  - 116) **A. Cavicchioli**, *Neuwirth manifolds and colourings of graphs*, Aequationes Math. **44** (1992), 168-187.
  - 117) **A. Costa**, *Regular coloured graphs and 3-manifolds*, Topology and Geometry of Manifolds (Bologna, 1990). Seminari di Geometria Univ. Bologna (1992), 1-16.
  - 118) **A. Costa**, *Locally regular coloured graphs*, J. Geom. **43**, (1992), 57-74.
  - 119) **A. Costa - L. Grasselli**, *Universal coverings of PL-manifolds via coloured maps*, Aequationes Math. **44** (1992), 60-71.
  - 120) **E. Molnar**, *Polyhedron complexes with simply-transitive group action and their realizations*, Acta Math. Hung. **59** (1992), 175-216.
  - 121) **L. Kauffman - S. Lins**, *Decomposition of the vertex group of 3-manifolds*, Discrete Math. **103** (1992), 49-55.
  - 122) **A. Cavicchioli - M. Meschiari**, *On classification of 4-manifolds according to genus*, Cahiers Top. Geom. Diff. Cat. **34** (1993), 37-56.
  - 123) **C. Gagliardi**, *The regular genus of n-dimensional PL manifolds - Results and problems*, Proc. Steklov Inst. Math. **3** (1993), 71-76.
  - 124) **P. Bandieri - C. Gagliardi - G. Volzone**, *Combinatorial handles and manifolds with boundary*, J. of Geometry **46** (1993), 10-19.
  - 125) **P. Bandieri**, *Contracted k-tessellations of closed surfaces*, Discrete Math. **122** (1993), 7-13.
  - 126) **A. Cavicchioli - B. Ruini**, *Splittings of manifolds with boundary and related invariants*, Rend. Ist. Mat. Univ. Trieste **25** (1993), 67-87.
  - 127) **A. Cavicchioli - F. Spaggiari**, *On the topological structure of compact 5-manifolds*, Comment. Math. Univ. Carolinae **34** (1993), 513-524.
  - 128) **C. Gagliardi - L. Grasselli**, *Representing products of polyhedra by products of edge-coloured graphs*, J. Graph Theory **17** (1993), 549-579.
  - 129) **R. Chiavacci - P. Cristofori - C. Gagliardi**, *Linking two minimal triangulations of  $CP^2$* , Rend. Mat. Trieste **25** (1993), 127-140.
  - 130) **M.R. Casali**, *A universal branching set for 4-dimensional manifolds*, Annali di Matematica Pura ed Applicata **165** (1993), 261-279.
  - 131) **M.R. Casali**, *A note on the characterization of handlebodies*, European J. Combin. **14** (1993), 301-310.
  - 132) **P. Cristofori**, *Rappresentazioni di varietà ed insiemi universali di ramificazione*, Tesi di Dottorato, Firenze 1993.

- 133) **S. Lins**, *A 3-Gem approach to Turaev-Viro invariants*, Diff. Geom. and Topology (Alghero, 1992), World Sci. Publishing (1993), 128-200.
- 134) **S. Lins – V. Silva**, *From Gems to linking numbers of 3-manifolds*, Ann. Univ. Ferrara **39** (1993), 19-34.
- 135) **M.R. Casali - C. Gagliardi**, *Classifying PL 5-manifolds up to regular genus seven*, Proc. Amer. Math. Soc. **120** (1994), 275-283.
- 136) **M.R. Casali**, *The average edge order of 3-manifold coloured triangulations*, Canadian Math. Bull. **37** (1994), 154-161.
- 137) **A. Cavicchioli - B. Ruini**, *Special representations for n-bridge links*, Discrete Comp. Geom. **12** (1994), 9-27.
- 138) **L. Grasselli - M. Mulazzani**, *Generalized Lins-Mandel spaces and branched coverings of  $S^3$* , Sem. Mat. Fund. U.N.E.D. Madrid **12** (1994), 1-14.
- 139) **L. Kauffman - S. Lins**, *Temperley-Lieb recoupling theory and invariants of 3-manifolds*, Annals Math. Studies **134**, Princeton Univ. Press 1994.
- 140) **M. Mulazzani**, *Caratterizzazione topologica degli spazi di Lins e Mandel*. Tesi di Dottorato, Università di Bologna, 1994.
- 141) **M. Wanderley**, *La classification des triangulations contractées sur les surfaces*, Boll. Un. Mat. Ital. **8-B** (1994), 947-963.
- 142) **P. Bandieri - F. Predieri**, *A note on a Heegaard diagram of  $S^3$* , Manuscripta Math. **88** (1995), 433 - 445.
- 143) **P. Bandieri - P. Cristofori**, *Moves on coloured spines*, Riv. Mat. Univ. Parma **4** (1995), 147 - 159.
- 144) **A. Cavicchioli – M. Meschiari**, *A homology theory for colored graphs*, Discrete Math. **137** (1995), 99-136.
- 145) **M.R. Casali**, *Coloured knots and coloured graphs representing 3-fold simple coverings of  $S^3$* , Discrete Math. **137** (1995), 87-98.
- 146) **M.R. Casali**, *A note about the closing  $S^3$  recognition algorithm*, Ars Combinatoria **39** (1995), 155-160.
- 147) **P. Cristofori - C. Gagliardi - L. Grasselli**, *Heegaard and regular genus of 3-manifolds with boundary*, Revista Mat. Univ. Complutense Madrid **8** (1995), 379-398.
- 148) **L. Grasselli**, *The groups  $G(n,l)$  as fundamental groups of Seifert fibered homology spheres*, Proc. Groups 1993-Galway/St.Andrews, London Math. Soc. Lecture Note Series **211**, Cambridge Univ. Press, (1995), Vol.1, 244-248.
- 149) **L. Grasselli**, *Standard presentations for 3-manifold groups*, Rend. Ist. Lombardo

- A **129** (1995), 23-37.
- 150) **S. Lins**, *Gems, computers and attractors for 3-manifolds*, Knots and everythings **5**, World Scientific Publ. Co., 1995.
  - 151) **S. Lins**, *An effective algorithm to get linking numbers of 3-manifolds*, Aequationes Math. **49** (1995), 214-233.
  - 152) **S. Lins**, *A string theory for 3-manifolds with a Kleinian action*, J. Knot Theory Ramifications **4** (1995), 429-480.
  - 153) **S. Lins – S. Sidki**, *The fundamental groups of closed orientable 3-manifolds admitting coloured triangulations with less than 30 tetrahedra*, Int. J. Algebra Comput. **5** (1995), 205-250.
  - 154) **M. Mulazzani**, *Lins-Mandel graphs representing 3-manifolds*, Discrete Math. **140** (1995) 107-118.
  - 155) **Y. Tsukui**, *Transformations of bipartite cubic graphs*, Kobe J. Math. **12** (1995), 9-30.
  - 156) **A. Valverde**, *Grafos coloreados localmente regulares ripresentando variedades euclideas*, Tesi di Ph.D., U.N.E.D. Madrid, 1995.
  - 157) **L. Balke – A. Valverde**, *-chamber systems, coloured graphs and orbifolds*, Beitrage Algebra Geom. **37** (1996), 17-29.
  - 158) **P. Bandieri**, *Geometric group presentations*, Demonstratio Math. **29** (1996), 591 - 601.
  - 159) **M.R. Casali - R. Panisi**, *Equivalenze combinatorie di varieta` bidimensionali*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **44** (1996), 271-294.
  - 160) **M.R. Casali**, *An infinite class of bounded 4-manifolds having regular genus three*, Bollettino Un.Mat.Ital. **10-A** (1996), 279-303.
  - 161) **M.R. Casali - C. Gagliardi**, *A combinatorial proof of Rohlin Theorem*, Geom. Dedicata **64** (1996), 297-310.
  - 162) **L. Grasselli**, *Coloured knots and permutations representing 3-manifolds*, Math. Pannonica **7/2** (1996), 177-183.
  - 163) **S. Lins - M. Mulazzani**, *On the vertex groups of n-manifolds*, Geom. Dedicata **62** (1996) 53-64.
  - 164) **M. Mulazzani**, *All Lins-Mandel spaces are branched cyclic covering of  $S^3$* , J. Knot Theory Ramifications **5** (1996) 239--263.
  - 165) **M. Mulazzani**, *A universal class of 4-coloured graphs*, Revista Mat. Univ. Complutense Madrid **9** (1996) 165-195.
  - 166) **M. Mulazzani**, *A family of gems for Brieskorn 3-manifolds*, J. Comb. Inf. System Sci. **21** (1996) 95-112.

- 167) **M.R. Casali**, *An equivalence criterion for 3-manifolds*, Revista Mat. Univ. Complutense Madrid **10** (1997), 129-147.
- 168) **M.R. Casali**, *Classifying PL 5-manifolds by regular genus: the boundary case*, Canadian J. Math. **49** (1997), 193-211.
- 169) **M.R. Casali - L. Malagoli**, *Handle-decompositions of PL 4-manifolds*, Cahiers de Topologie et Geom. Diff. Cat. **38** (1997), 141-160.
- 170) **M.R. Casali**, *Geometric topology by crystallization theory: results and problems*, Atti "Workshop on differential geometry and topology" (Palermo, 3-9 giugno 1996), Suppl. Rend. Circ. Mat. Palermo **49** (1997), 61-82.
- 171) **Cavicchioli - M. Meschiari - F. Spaggiari**, *A graph theoretic algorithm for computing the (co)homology of polyhedra*, Italian J. Pure Appl. Math. **2** (1997), 19-36.
- 172) **A. Cavicchioli - D. Repovs - A.B. Skopenkov**, *Open problems on graphs arising from geometric topology*, Topology Appl. **20** (1997), 1-20.
- 173) **S. Lins**, *Twistors : Bridges among 3-manifolds*, Discrete Math. **177** (1997), 145-165.
- 174) **S. Lins**, *Questions on attractors of 3-manifolds*, Foundations of Computational Mathematics (Rio de Janeiro, 1997), Springer, Berlin (1997), 231-245.
- 175) **L. Grasselli - S. Piccarreta**, *Crystallizations of generalized Neuwirth manifolds*, Forum Math. **9** (1997), 669-685.
- 176) **A. Valverde**, *3-dimensional Euclidean manifolds represented by locally regular coloured graphs*, Math. Slovaca **47** (1997), 99-110.
- 177) **A. Valverde**, *Regular and (+)-regular coloured graphs on Euclidean 3-manifolds*, Geom. Dedicata **65** (1997), 147-160.
- 178) **P. Bandieri**, *Constructing n-manifolds from spines*, European J. Math. **19** (1998), 767 - 777.
- 179) **P. Bandieri - M. Rivi**, *A note about the genus of  $M^n \times I$* , Note di Matematica **18** (1998), 175-190.
- 180) **M.R. Casali**, *Average order of coloured triangulations: the general case*, Osaka J. Math. **35** (1998), 249-262.
- 181) **M.R. Casali**, *Classification of non-orientable 3-manifolds admitting decompositions into  $\leq 26$  coloured tetrahedra*, Acta Appl. Math. **54** (1998), 75-97.
- 182) **P. Cristofori**, *Heegaard and regular genus agree for compact 3-manifolds*, Cahiers Top. Geom. Diff. Cat. **39** (1998), 221-235.
- 183) **L. Grasselli - S. Piccarreta**, *Tetrahedron manifolds via coloured graph*, Discrete Math. **182** (1998), 125-137 .

- 184) **M. Mulazzani**, *Stiff genus of groups*, Ars Combinatoria **50** (1998), 33-51.
- 185) **B. Ruini**, *Crystallizations of Seifert fibered 3-manifolds*, Demonstratio Math. **31** (1998), 445-466.
- 186) **Y. Tsukui**, *Transformations of edge-coloured cubic graphs*, Discrete Math. **184** (1998), 183-194.
- 187) **P. Bandieri - A.C. Kim - M. Mulazzani**, *On the cyclic coverings of the knot  $5_2$* , Proc. Edinburgh Math. Soc. **42** (1999), 575-587.
- 188) **C. Gagliardi - G. Volzone**, *Una osservazione sul genere delle varietà con bordo*, Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena **47** (1999), 473 - 478.
- 189) **J.S. Carter - S. Lins**, *Thin G Theory and local moves for Gems*, Adv. Math. **143** (1999), 251-283.
- 190) **K.H. Ko - H.J. Song**, *On the crystallization of 3-manifolds associated with polyhedra schemata*, J. Korean Math. Soc. **36** (1999), 447-458.
- 191) **H.J. Song - Y.H. Im - K.H. Ko**, *LCG moves in crystallizations*, Geom. Dedicata **76** (1999), 229-251.
- 192) **F. Spaggiari**, *On the genus of  $\mathbb{R}P^3 \times S^1$* , Collect. Math. **50** (1999), 229-241.
- 193) **M.R. Casali**, *From framed links to crystallizations of bounded 4-manifolds*, Journal Knot Theory and Its Ramifications **9** (2000), 443-458.
- 194) **A. Cavicchioli - L. Paoluzzi**, *On certain classes of hyperbolic 3-manifolds*, Manuscripta Math. **101** (2000), 457-494.
- 195) **L. Grasselli - M. Mulazzani - R. Nedela**, *2-symmetric transformations for 3-manifolds of genus two*, J. Comb. Theory **B-79** (2000), 105-130.
- 196) **Y.H. Im - S.H. Kim**, *An irreducible Heegaard diagram of the real projective 3-space  $P^3$* , Int. J. Math. Sci. **23** (2000), 123-129.
- 197) **P. Bandieri - M. Rivi**, *Representing products of manifolds by edge-coloured graphs: the boundary case*, Math. Z. (in pubblicazione).
- 198) **P. Bandieri**, *Heegaard spines of 3-manifolds*, in pubblicazione.
- 199) **M.R. Casali - C. Gagliardi**, *A code for m-bipartite edge-coloured graphs*, in pubblicazione.
- 200) **M.R. Casali**, *On the regular genus of 5-manifolds with free fundamental group*, in pubblicazione.
- 201) **M.R. Casali**, *Dotted links, Heegaard diagrams and coloured graphs for PL 4-manifolds*, in pubblicazione.
- 202) **P. Cristofori**, *On the genus of  $S^n \times S^m$* , in pubblicazione.



- 203) **P. Cristofori**, *Generalized regular genus of manifolds with boundary*, in pubblicazione.
- 204) **S. Lins - M. Mulazzani**, *Isomorphisms and homeomorphisms of a class of graphs and spaces*, in pubblicazione.
- 205) **B. Ruini, F. Spaggiari, A. Vesnin**, *On spines for Seifert fibered manifolds*, in pubblicazione.
- 206) **H.J. Song – W.C. Hong**, *Extended Heegaard diagrams of cyclic branched coverings of  $S^3$  over 2-bridges links*, in pubblicazione.

(\*) Dipartimento di Matematica, Università di Bologna, Piazza di Porta S. Donato 5, I-40126 BOLOGNA (Italia)

(\*\*) Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio Emilia, Via Campi 213-B, I-41100 MODENA (Italia)